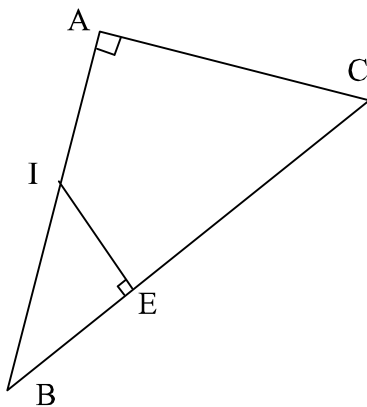
# الحساب المثلثي-حلول

تمرين 1 — انتبه ← — تعليق ←




① لنحسب $BC$ ثم $Cos(A\hat{B}C)$

لدينا في المثلث القائم الزاوية $ABC$ حسب مبرهنة فيتاغورس المباشرة :

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$ منه $BC = \sqrt{100} = 10\,cm$

منه : $Cos(A\hat{B}C) = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

② لنحسب $Cos(A\hat{B}C)$ بطريقة أخرى ثم نحسب $EB$

لدينا في المثلث القائم الزاوية : $IEB$ $Cos(A\hat{B}C) = \frac{BE}{BI}$

نستنتج إذن حسب السؤال السابق أن : $\frac{BE}{BI} = \frac{4}{5}$ أي : $\frac{BE}{4} = \frac{4}{5}$

( $BI = \frac{AB}{2} = \frac{8}{2} = 4$ لأن $I$ منتصف $[AB]$ ) بالتالي : $BE = \frac{4 \times 4}{5} = \frac{16}{5}$

③ لنحسب $EC$ و $IE$

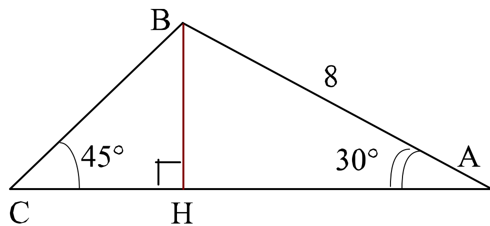
لدينا : $EC = BC - BE = 10 - \frac{16}{5} = \frac{50-16}{5} = \frac{34}{5}$

لحساب $IE$ نحسب $Sin(A\hat{B}C)$ بطريقتين : لدينا في المثلث القائم الزاوية $ABC$ : $Sin(A\hat{B}C) = \frac{AC}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

لدينا في المثلث القائم الزاوية $IEB$ : $Sin(A\hat{B}C) = \frac{IE}{BI}$ منه : $\frac{IE}{BI} = \frac{3}{5}$ أي : $\frac{IE}{4} = \frac{3}{5}$ بالتالي : $IE = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$

← يمكن استعمال مبرهنة فيتاغورس المباشرة أيضا لحساب $IE$ .

تمرين 2 — انتبه ← — تعليق ←




① لنحسب $AH$

لدينا في المثلث القائم الزاوية $ABH$ : $Cos(H\hat{A}B) = \frac{AH}{AB}$

و بما أن : $H\hat{A}B = 30°$ و نحن نعلم أن : $Cos(30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

فإن : $\frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ أي : $\frac{AH}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ بالتالي : $AH = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

② لنحسب $BH$

لدينا في المثلث القائم الزاوية $ABH$ : $Sins(H\hat{A}B) = \frac{BH}{AB}$

و بما أن : $H\hat{A}B = 30°$ و نحن نعلم أن : $Sin(30°) = \frac{1}{2}$

فإن : $\frac{BH}{AB} = \frac{1}{2}$ أي : $\frac{BH}{8} = \frac{1}{2}$ بالتالي : $BH = \frac{8}{2} = 4$

③ لنحسب $BC$

لدينا في المثلث القائم الزاوية $BCH$ : $Sins(B\hat{C}H) = \frac{BH}{BC}$

و بما أن : $B\hat{C}H = 45°$ و نحن نعلم أن : $Sin(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

فإن : $\frac{BH}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ أي : $\frac{4}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

بالتالي : $BC = \frac{2 \times 4}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8 \times \sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

④ لنحسب $CH$

لدينا في المثلث $BCH$ : $C\hat{B}H = 180° - (45° + 90°) = 45°$

إذن فهو متساوي الساقين و منه : $CH = BH = 4$

⑤ لنحسب $AC$

لدينا : $AC = CH + AH = 4 + 4\sqrt{3}$

## تمرين 3

انتبه ← تعليق ← 

معطيات : $\sin(\alpha)=\frac{3}{5}$

| ② لنحسب $Tan(\alpha)$ | ① لنحسب $Cos(\alpha)$ |
|---|---|
| نعلم أن : $Tan(\alpha)=\frac{Sin(\alpha)}{Cos(\alpha)}=\frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}}=\frac{3}{5}\times\frac{5}{4}=\frac{3}{4}$ | نعلم أن : $Cos^2(\alpha)+Sin^2(\alpha)=1$<br>إذن : $Cos^2(\alpha)+\left(\frac{3}{5}\right)^2=1$<br>منه : $Cos^2(\alpha)+\frac{9}{25}=1$<br>منه : $Cos^2(\alpha)=1-\frac{9}{25}=\frac{25-9}{25}=\frac{16}{25}$<br>و حيث أننا نعلم أن : $Cos(\alpha)>0$ فإن : $Cos(\alpha)=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$ |

## تمرين 4

انتبه ← تعليق ← 

معطيات : $Tan(\beta)=\frac{\sqrt{5}}{2}$

① لنحسب $Sin(\alpha)$ و $Cos(\alpha)$

نعلم أن : $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ إذن : $\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ منه $\frac{\cos\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{5}$ منه $\frac{(\cos\alpha)^2}{4}=\frac{(\sin\alpha)^2}{5}$

منه $\frac{1}{9}=\frac{(\sin\alpha)^2+(\cos\alpha)^2}{5+4}=\frac{(\cos\alpha)^2}{4}=\frac{(\sin\alpha)^2}{5}$ ، نستنتج إذن أن :

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{1}{9}=\frac{(\sin\alpha)^2}{5}$ منه $(\sin\alpha)^2=\frac{5}{9}$ و بالتالي $\sin\alpha=\sqrt{\frac{5}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$ | و | $\frac{1}{9}=\frac{(\cos\alpha)^2}{4}$ منه $(\cos\alpha)^2=\frac{4}{9}$ و بالتالي $\cos\alpha=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$ |

← هناك طرق أخرى لحساب $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ . لاحظ أن هذه الطريقة تعتمد على قواعد التناسب و قواعد النسب المثلثية.

## تمرين 5

انتبه ← تعليق ← 

① لنبسط :

$$A=(Cos(\alpha)+Sin(\alpha))^2+(Cos(\alpha)-Sin(\alpha))^2=Cos^2(\alpha)+2\times Cos(\alpha)\times Sin(\alpha)+Sin^2(\alpha)+Cos^2(\alpha)-2\times Cos(\alpha)\times Sin(\alpha)+Sin^2(\alpha)$$

$$A=Cos^2(\alpha)+Sin^2(\alpha)+Cos^2(\alpha)+Sin^2(\alpha)=1+1=2$$

$$B=\frac{Sin^4(\alpha)-Cos^4(\alpha)}{Sin(\alpha)+Cos(\alpha)}=\frac{(Sin^2(\alpha)-Cos^2(\alpha))\times(Sin^2(\alpha)+Cos^2(\alpha))}{Sin(\alpha)+Cos(\alpha)}=\frac{Sin^2(\alpha)-Cos^2(\alpha)}{Sin(\alpha)+Cos(\alpha)}=\frac{(Sin(\alpha)-Cos(\alpha))\times(Sin(\alpha)+Cos(\alpha))}{Sin(\alpha)+Cos(\alpha)}$$

$$B=Sin(\alpha)-Cos(\alpha)$$

$$C=Cos(17°)+3\cos^2(20°)+Sin^2(60°)-\sin(73°)+3Cos^2(70°)+\frac{1}{\tan^2(30°)}$$

$$C=Cos(17°)+3\cos^2(20°)+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-Cos(17°)+3Sin^2(20°)+\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}$$

$$C=Cos(17°)-Cos(17°)+3(\cos^2(20°)+\sin^2(20°))+\frac{3}{4}+\frac{1}{\frac{3}{9}}$$

$$C=0+3\times1+\frac{3}{4}+\frac{9}{3}=3+\frac{3}{4}+3=6+\frac{3}{4}=\frac{24+3}{4}=\frac{27}{4}$$

← لاحظ أن التبسيط اعتمد على تطبيق الخاصية $Cos^2(\alpha)+Sin^2(\alpha)=1$ و على المتطابقات الهامة.

تمرين 6

انتبه ← تعليق ←

معطيات : $2\sin(x)-\tan(x)=0$ و $0<x<90°$

① لنحدد قيمة $x$

لدينا : $2\sin(x)-\tan(x)=0$ منه : $2\sin(x)-\dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}=0$ منه : $\sin(x)\left(2-\dfrac{1}{\cos(x)}\right)=0$

إذن : $\sin(x)=0$ أو $2-\dfrac{1}{\cos(x)}=0$ ، و لكن لدينا حسب المعطيات $0<x<90°$ أي أن $\sin(x)>0$

إذن : $2-\dfrac{1}{\cos(x)}=0$ منه : $2=\dfrac{1}{\cos(x)}$ منه : $2\cos(x)=1$ منه : $\cos(x)=\dfrac{1}{2}$

و بالتالي : $x=60°$

← لاحظ أن إيجاد العدد $x$ يعتمد على إيجاد إحدى نسبه المثلثية ثم استعمال جدول قيم النسب المثلثية الخاصية لتحديد قيمته.